

Circolare Ministeriale 6 febbraio 1991, n. 24 (estratto)

Oggetto: **Piano Nazionale per l'introduzione dell'Informatica nelle scuole secondarie superiori - Innovazione dei programmi di Matematica e Fisica nei bienni e nei trienni - Anno scolastico 1991-92**

Nell'a.s. 1991-92 il Piano Nazionale per l'Informatica interesserà i docenti di Matematica e Fisica di tutti gli istituti secondari superiori.

Nel pregresso quinquennio le strategie di intervento del P.N.I. hanno visto un'ampia attività di formazione, destinata sia ai citati docenti sia ai presidi delle scuole denominate "di base", un significativo impegno per il reperimento delle risorse finanziarie da destinare alla costituzione delle necessarie attrezzature, l'elaborazione di una ipotesi di innovazione, in via sperimentale, dei programmi di Matematica e Fisica dei bienni degli istituti secondari superiori.

L'interesse crescente dimostrato dagli allievi e dalle loro famiglie per gli obiettivi del P.N.I. e la partecipazione manifestata dagli Organi Collegiali con l'adozione sperimentale dei programmi proposti richiedono, allo stato attuale, la messa a punto di ulteriori strategie di intervento per sostenere un processo innovativo avviato.

1. FINALITA' DELL'INSEGNAMENTO

La Matematica, parte rilevante del pensiero umano ed elemento motore dello stesso pensiero filosofico, ha in ogni tempo operato su due fronti: da una parte si è rivolta a risolvere problemi ed a rispondere ai grandi interrogativi che man mano l'uomo si poneva sul significato della realtà che lo circonda; dall'altra, sviluppandosi autonomamente, ha posto affascinanti interrogativi sulla portata, il significato e la consistenza delle sue stesse costruzioni culturali.

Oggi queste due attività si sono ancor più accentuate e caratterizzate. La prima per la maggiore capacità di interpretazione e di previsione che la matematica ha acquistato nei riguardi dei fenomeni non solo naturali, ma anche economici e della vita sociale in genere, e che l'ha portata ad accogliere e a valorizzare, accanto ai tradizionali processi deduttivi, anche i processi induttivi. La seconda per lo sviluppo del processo di formalizzazione che ha trovato nella logica e nell'informatica un riscontro significativo. Sono due spinte divergenti, ma che determinano con il loro mutuo influenzarsi il progresso del pensiero matematico.

Coerentemente con questo processo, l'insegnamento della matematica si è sempre estrinsecato e continua a esplicitarsi in due distinte direzioni: a "leggere il libro della natura" ed a matematizzare la realtà esterna da una parte, a simboleggiare ed a formalizzare, attraverso la costruzione di modelli interpretativi, i propri strumenti di lettura dall'altra; direzioni che però confluiscono, intrecciandosi ed integrandosi con reciproco vantaggio, in un unico risultato: la formazione e la crescita dell'intelligenza dei giovani.

Infatti lo studio della matematica:

- promuove le facoltà sia intuitive che logiche,

- educa ai procedimenti euristici, ma anche ai processi di astrazione e di formazione dei concetti,
- esercita a ragionare induttivamente e deduttivamente,
- sviluppa le attitudini sia analitiche che sintetiche,

determinando così nei giovani abitudine alla sobrietà e precisione del linguaggio, cura della coerenza argomentativa, gusto per la ricerca della verità. Ed è appunto nella fase adolescenziale, nel biennio della scuola secondaria superiore, che l'insegnamento della matematica enuclea ed affina queste varie attività caratterizzandole, ma nello stesso tempo fondendole in un unico processo culturale e formativo.

Queste finalità sono comuni a tutti gli indirizzi di studio perché concorrono, in armonia con l'insegnamento delle altre discipline, alla promozione culturale ed alla formazione umana dei giovani, anche se intendono intraprendere studi non scientifici o decidono di orientarsi nel mondo del lavoro.

In un corso di studi ad indirizzo tecnico - scientifico (per i quali è previsto il programma B) l'insegnamento deve inoltre confermare l'orientamento dei giovani per questo tipo di studi, potenziare e sviluppare le loro attitudini, offrire quel bagaglio di nozioni che consentirà loro di seguire proficuamente e senza traumi gli studi scientifici o tecnici a livello superiore.

PROGRAMMA B: Licei Scientifici, Istituti Tecnici Aeronautici, Istituti Tecnici Agrari, Istituti Tecnici Commerciali, Istituti Tecnici per Geometri, Istituti Tecnici Industriali, Istituti Tecnici Nautici, Istituti Tecnici Periti Aziendali e Corrispondenti in Lingue Estere.

2.B OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO

Alla fine del biennio lo studente dovrà essere in grado di:

- individuare proprietà invarianti per trasformazioni elementari;
- dimostrare proprietà di figure geometriche;
- utilizzare consapevolmente le tecniche e le procedure di calcolo studiate;
- riconoscere e costruire relazioni e funzioni;
- comprendere il senso dei formalismi matematici introdotti;
- cogliere analogie strutturali e individuare strutture fondamentali;
- matematizzare semplici situazioni problematiche in vari ambiti disciplinari;
- riconoscere le regole della logica e del corretto ragionare;
- adoperare i metodi, i linguaggi e gli strumenti informatici introdotti;

- inquadrare storicamente qualche momento significativo dell'evoluzione del pensiero matematico.

3.B ARTICOLAZIONE DEI CONTENUTI

TEMA 1. GEOMETRIA DEL PIANO E DELLO SPAZIO

a) Piano euclideo: figure e loro proprietà; congruenze (isometrie) e loro composizione; poligoni equiscomponibili; teorema di Pitagora.

b) Omotetie e similitudini nel piano. Teorema di Talete.

c) Piano cartesiano: retta, parabola, iperbole equilatera e circonferenza.

d) Coseno e seno degli angoli convessi. Relazione fra lati ed angoli nei triangoli rettangoli.

e) Esempi significativi di trasformazioni geometriche nello spazio Individuazione di simmetrie in particolari solidi geometrici.

TEMA 2. INSIEMI NUMERICI E CALCOLO

a) Operazioni, ordinamento e loro proprietà negli insiemi dei numeri naturali, interi, razionali.

b) Valori approssimati e loro uso nei calcoli elementari. Introduzione intuitiva dei numeri reali. Radicali quadratici ed operazioni elementari su di essi.

c) Calcolo letterale: monomi, polinomi, frazioni algebriche.

d) Equazioni, disequazioni e sistemi di primo e di secondo grado.

TEMA 3. RELAZIONI E FUNZIONI

a) Insiemi ed operazioni su di essi. Insiemi finiti: prime nozioni di calcolo combinatorio.

b) Leggi di composizione ed individuazione di particolari strutture. Prodotto cartesiano. Relazioni binarie: relazioni d'ordine e di equivalenza. Applicazioni (funzioni).

c) Funzioni $x \mapsto ax + b$, $x \mapsto ax^2 + bx + c$, $x \mapsto a/x$. Grafici e zeri di tali funzioni.

TEMA 4. ELEMENTI DI PROBABILITA' E DI STATISTICA

a) Semplici spazi di probabilità: eventi aleatori, eventi disgiunti e "regola della somma".

b) Probabilità condizionata, probabilità composta. Eventi indipendenti e "regola del prodotto".

c) Elementi di statistica descrittiva: rilevazione di dati, valori di sintesi, indici di variabilità, regressione e correlazione.

TEMA 5. ELEMENTI DI LOGICA E DI INFORMATICA

- a) Logica delle proposizioni: proposizioni elementari e connettivi, valore di verità di una proposizione composta. Inferenza logica, principali regole di deduzione.
- b) Variabili, predicati, quantificatori.
- c) Analisi, organizzazione e rappresentazione di dati, costruzione strutturata di algoritmi e loro rappresentazione.
- d) Automi finiti, alfabeti, parole e grammatiche generative. Sintassi e semantica. Prima introduzione ai linguaggi formali.

LABORATORIO DI INFORMATICA

Utilizzazione di un linguaggio di programmazione, analisi di problemi e loro soluzione sia mediante linguaggi di programmazione, sia con l'utilizzo di un opportuno "ambiente informatico".

COMMENTO AI TEMI

TEMA 1. Lo studio della geometria nel biennio ha come finalità preminente quella di condurre progressivamente l'allievo dalla intuizione e scoperta di proprietà geometriche alla loro descrizione razionale, e rappresenta come tale una guida privilegiata alla consapevolezza argomentativa. A ciò il docente potrà pervenire adottando un metodo che, facendo leva sulle conoscenze intuitive apprese dall'allievo nella scuola media, proceda allo sviluppo razionale di limitate catene di deduzione; è tuttavia necessario che ogni ipotesi o ammissione cui si farà ricorso sia chiaramente riconosciuta e formulata in modo esplicito, quali che siano le ragioni che inducono ad assumerla tra i punti di partenza del ragionamento.

Il docente potrà cioè condurre l'allievo a familiarizzarsi con il metodo ipotetico-deduttivo su parti circoscritte della geometria, senza la preoccupazione di pervenire alla costruzione di un sistema globale di assiomi. Ed è in questa prospettiva che egli programmerà in un quadro di riferimento organico, una scelta delle proprietà (teoremi) delle figure piane da dimostrare, utilizzando la geometria delle trasformazioni oppure seguendo un percorso più tradizionale.

Un traguardo importante dello studio della geometria sarà il piano cartesiano, come modello del piano euclideo. Con la sua introduzione saranno disponibili, per la risoluzione dei problemi geometrici, sia il metodo della geometria classica che quello della geometria analitica, e l'allievo sarà stimolato ad usare l'uno o l'altro in relazione alla naturalezza, alla espressività e alla semplicità che l'uno o l'altro offre nel caso particolare in esame. La rappresentazione della parabola e dell'iperbole equilatera verrà effettuata rispetto a sistemi di riferimento scelti opportunamente.

Il coseno e il seno di un angolo sono introdotti, limitatamente agli angoli convessi, in relazione allo studio delle proprietà dei triangoli e per necessità proprie delle altre scienze; lo studio delle funzioni circolari è rinviato al periodo successivo.

Gli elementi di geometria dello spazio hanno lo scopo di alimentare e sviluppare l'intuizione spaziale. E' in facoltà del docente presentare prima la geometria piana e poi quella dello spazio, oppure fondere, in relazione agli argomenti comuni, le due esposizioni.

TEMA 2. I numeri naturali, interi, razionali, già noti agli studenti, saranno ripresi in forma più sistematica; si perverrà ai vari ampliamenti a partire da effettive necessità operative, mettendo in luce la permanenza delle proprietà formali e della relazione d'ordine. L'esposizione potrà anche essere arricchita con l'illustrazione dell'evoluzione storica dei concetti di numerazione e di numero.

Il numero reale sarà introdotto in via intuitiva, come processo costruttivo che può nascere sia da esigenze di calcolo numerico, sia da un confronto fra grandezze omogenee. E' importante premettere esempi di calcolo approssimato, in cui sarà posto l'accento sulla significatività delle cifre, anche al fine di far vedere come il risultato del calcolo possa essere illusorio in assenza di una corretta valutazione dell'errore.

Il docente programmerà lo sviluppo da dare al calcolo letterale per abituare l'allievo alla corretta manipolazione di formule, sempre sostenuta dalla comprensione delle procedure da seguire. Si sottolinea, a questo proposito, l'inopportunità del ricorso ad espressioni inutilmente complesse, tenendo presente che la sicurezza nel calcolo si acquisisce gradualmente nell'arco del biennio. E' invece opportuno fare osservare che un'espressione algebrica è interpretabile in modo naturale come uno schema di calcolo che può essere illustrato da un grafo; si potrà anche collegare il calcolo letterale ai linguaggi formali introdotti negli elementi di informatica.

Lo studio delle equazioni, delle disequazioni e dei sistemi sarà connesso alla loro rappresentazione sul piano cartesiano, con relative applicazioni a problemi di varia natura; nella risoluzione il docente si limiterà a considerare le soluzioni nell'insieme dei numeri reali.

Nel presentare argomenti tradizionali di algebra è opportuno evitare di dare carattere di teoria ad argomenti che si riducono a semplici artifici e di fornire classificazioni e regole distinte in situazioni in cui valgono gli stessi principi generali.

TEMA 3. Il docente, dopo aver riorganizzato le conoscenze sugli insiemi che gli allievi hanno già acquisito nella scuola media, avrà cura di stabilire opportuni collegamenti tra le nozioni logiche e quelle insiemistiche: connettivi logici ed operazioni tra insiemi, predicato con un solo argomento e sotto-insiemi dell'insieme universo, predicati binari e relazioni, ecc.....

Lo studio del calcolo combinatorio sarà limitato alle disposizioni, permutazioni, combinazioni e loro proprietà principali; il docente ne approfitterà per abituare, tra l'altro, l'allievo a dimostrazioni di tipo algebrico.

Dall'esame delle relazioni d'ordine, delle proprietà formali negli insiemi numerici, delle composizioni di isometrie e dall'esame di altri esempi, il docente perverrà, attraverso il riscontro di analogie strutturali, ai concetti di gruppo, anello, campo e di struttura d'ordine, senza tuttavia dare alla trattazione una sistemazione teorica, che viene rinviata ai successivi studi.

Alla nozione di relazione d'equivalenza potrà essere associata quella di insieme quoziente, con varie esemplificazioni (direzione di rette, classi di resti, ecc.).

Il concetto di funzione, fondamentale per stabilire relazioni di dipendenza, consentirà di visualizzare leggi e fenomeni in connessione interdisciplinare con altri ambiti.
L'introduzione delle funzioni

$x \rightarrow ax + b$, $x \rightarrow ax(\text{alla seconda}) + bx + c$, $x \rightarrow a/x$

troverà un naturale collegamento con la rappresentazione della retta, della parabola e dell'iperbole equilatera nel piano cartesiano; analogamente la nozione di zeri di tali funzioni con la risoluzione delle corrispondenti equazioni.

La nozione di grafico di una funzione potrà essere illustrata anche su esempi diversi, osservando che non è necessario attendere il possesso degli strumenti del calcolo differenziale per avere un'idea qualitativa dell'andamento di funzioni definite da semplici espressioni. In questo contesto l'impiego del calcolatore potrà essere importante, purchè l'allievo abbia consapevolezza del carattere approssimato della rappresentazioni ottenute.

TEMA 4. Al concetto di probabilità si perverrà da vari punti di vista, avvalendosi di opportune esemplificazioni tratte da situazioni reali.

L'analisi dei problemi sarà facilitata da appropriate rappresentazioni: diagrammi di Eulero-Venn e, soprattutto, grafici di vario tipo.

Il programma di statistica è limitato ad elementi di statistica descrittiva, ma occorre tener presente che anche nella componente descrittiva vi sono numerosi aspetti di tipo induttivo, che l'insegnante metterà opportunamente in risalto. Gli esempi e i problemi saranno scelti in modo da sottolineare l'importanza della statistica nei vari ambiti scientifici e nella realtà in genere.

TEMA 5. Gli elementi di logica non devono essere visti come una premessa metodologica all'attività dimostrativa (quasi che occorresse imparare le "regole del ragionamento" prima di mettersi a fare matematica), ma come una riflessione che si sviluppa man mano che matura l'esperienza matematica dello studente. Fin dall'inizio si abituerà lo studente all'uso appropriato del linguaggio, a esprimere correttamente le proposizioni matematiche e a concatenarle "logicamente" per dimostrare teoremi, mentre solo nella fase terminale del biennio si passerà allo studio esplicito delle regole di deduzione. Così, ad esempio, si potrà osservare che la risoluzione delle equazioni si basa sull'applicazione di principi logici che consentono di ottenere equazioni equivalenti o equazioni che sono conseguenza logica di altre.

E' importante osservare che le riflessioni linguistiche e logiche potranno acquisire un risvolto fortemente operativo, grazie allo sviluppo della parte di programma relativa all'informatica e alle caratteristiche dei linguaggi di programmazione. Ciò consentirà, tra l'altro, di cogliere le differenze tra il piano linguistico e il piano metalinguistico, tra il livello sintattico e il livello semantico, particolarmente evidenziate dalla pratica al calcolatore. Sarà dato altresì opportuno risalto alle analogie e alle differenze che intercorrono tra il linguaggio naturale e i linguaggi artificiali della logica, tra il ragionamento comune e il ragionamento formalizzato.

L'introduzione di elementi di informatica vuole avviare l'allievo alla costruzione di modelli formali di situazioni problematiche che ne consentano una soluzione reale o potenziale con mezzi automatici. Per questo è determinante abituarlo, a partire dal concetto di informazione, a individuare dati e relazioni tra di essi e a descrivere - in modo via via più formale - i processi di elaborazione che consentono di pervenire alla soluzione.

La rappresentazione degli algoritmi avverrà in modo grafico o attraverso l'utilizzo di un "linguaggio di progetto". Durante l'attività di programmazione lo studente sarà condotto a riconoscere ed utilizzare consapevolmente i tipi di dati e le loro più elementari strutture, nonché le regole di costruzione degli algoritmi (sequenza, selezione, iterazione). In tale attività si evidenzieranno continuamente le analogie e le differenze tra gli "oggetti" matematici e le loro rappresentazioni informatiche.

La riflessione sulla formalizzazione di un processo favorirà l'acquisizione dei concetti di automa e di linguaggio formale. Il concetto di automa permetterà allo studente di riconoscere l'aspetto logico-funzionale di alcune realtà (i linguaggi, l'elaboratore, altri sistemi automatici). Per la sua acquisizione si farà ricorso a diverse rappresentazioni grafiche, abituando l'allievo, alla selezione di quelle più adatte al problema in esame.

I contenuti proposti troveranno il loro naturale sviluppo nell'integrazione con l'attività di laboratorio.

LABORATORIO DI INFORMATICA. L'attività di laboratorio, distribuita lungo tutto l'arco del biennio, integra gli elementi di contenuto dei vari temi e costituisce essa stessa un momento di riflessione teorica. Essa consisterà in:

a) analisi di problemi e loro soluzione informatica attraverso sia la costruzione di un programma e il controllo della sua esecuzione, sia l'utilizzo di programmi già disponibili e di software di utilità. In quest'ultimo caso l'utilizzo di tali "ambienti" sarà finalizzato ad abituare l'allievo ad operare consapevolmente all'interno di diversi sistemi dotati di loro regole formali e limiti operativi;

b) esplorazioni e verifiche di proprietà matematiche, rappresentazioni grafiche e calcoli, come momenti costitutivi del processo di apprendimento della matematica e delle sue successive sistematizzazioni.

4.B INDICAZIONI METODOLOGICHE

Il programma, in analogia con quello della scuola media, è distribuito in cinque grandi "temi" cui si aggiunge un "laboratorio di informatica", con valore operativo in senso trasversale rispetto ai temi.

Non è prevista una scansione annuale che è demandata agli organismi collegiali competenti nell'ambito della programmazione didattica d'istituto.

L'ordine con cui sono proposti cinque temi non è da interpretare come ordine di svolgimento; anzi si suggerisce che il docente li presenti in modo parallelo, mettendone in luce le reciproche relazioni e connessioni, senza comunque che ciascun argomento perda la propria identità e caratteristica.

Ferma restando per tutti l'acquisizione dei contenuti indicati, è auspicabile che il docente trovi il modo di curare l'introduzione dei concetti e degli aspetti esemplificativi e applicativi tendenzialmente orientati secondo gli interessi preminenti dei vari indirizzi.

Consapevole che il carattere fondamentale dell'educazione matematica è il porre e risolvere problemi, il docente riconoscerà l'utilità che l'insegnamento sia condotto per problemi e porterà l'allievo a scoprire le relazioni matematiche che sottostanno a ciascun problema e quindi a collegare razionalmente e a sistemare progressivamente le nozioni teoriche che avrà via via apprese. In questo itinerario didattico le nozioni più astratte non saranno proposte "a priori", ma si faranno scaturire come sintesi di situazioni incontrate in vari settori.

E' evidente che il termine "problema" va inteso nella sua accezione più ampia, riferito cioè non solo a problemi attinenti a fenomeni naturali, o della vita reale in genere, ma anche a quelli che scaturiscono dall'interno della stessa matematica. In questo caso potrà essere utile sviluppare l'argomento seguendone l'evoluzione storica: potrebbe essere una buona occasione per far vedere agli studenti come il progresso della matematica sia stato spesso volte determinato dalla necessità di risolvere antinomie e difficoltà che man mano si presentavano nel suo interno e far loro percepire il gusto della ricerca storica, anche in ambito matematico.

In questa prospettiva potranno essere trattate, ad esempio, la scoperta dell'incommensurabilità e dell'esigenza di una costruzione razionale del sapere matematico, l'evoluzione storica dei concetti di numerazione e di numero, la nascita dell'algebra.

Si sottolinea infine l'opportunità che il docente dia particolare importanza all'uso dell'elaboratore che via via potenzierà nei contesti matematici che verranno progressivamente sviluppati (ad esempio, calcolo approssimato, soluzioni di un'equazione o di un sistema, eventi probabilistici o statistici). Con esso potrà anche ottenere, attraverso la visualizzazione di processi algoritmici, non attuabile con elaborazione manuale, che l'allievo verifichi sperimentalmente le nozioni teoriche già apprese. Mediante l'approfondimento delle conoscenze, dei linguaggi e dei metodi propri dell'informatica il docente potrà così rafforzare negli allievi l'attitudine ad astrarre ed a formalizzare, per altra via conseguita.

5.B MODALITA' DI VALUTAZIONE

Le fasi di verifica e valutazione dell'apprendimento devono essere strettamente correlate e coerenti, nei contenuti e nei metodi, col complesso di tutte le attività svolte durante il processo di insegnamento-apprendimento della matematica. La valutazione non deve quindi ridursi ad un controllo formale sulla padronanza delle sole abilità di calcolo o di particolari conoscenze mnemoniche degli allievi; deve invece vertere in modo equilibrato su tutte le tematiche e tenere conto di tutti gli obiettivi evidenziati nel presente programma.

A tal fine l'insegnante si avvarrà di verifiche scritte e orali. Le verifiche scritte potranno essere articolate sia sotto forma di problemi ed esercizi di tipo tradizionale, sia sotto forma di "test"; potranno anche consistere in brevi relazioni su argomenti specifici proposti dal docente o nella stesura (individuale o a piccoli gruppi) di semplici programmi costruiti nell'ambito del "laboratorio di informatica". Le interrogazioni orali saranno volte soprattutto

a valutare le capacità di ragionamento e i progressi raggiunti nella chiarezza e nella proprietà di espressione degli allievi.

Nel corso delle verifiche scritte si consiglia di consentire l'uso degli stessi sussidi didattici utilizzati nell'attività di insegnamento-apprendimento (calcolatrici tascabili, strumenti da disegno e - se ritenuto opportuno - manuali e testi scolastici).

Si raccomanda altresì, non soltanto all'inizio del biennio, un'attenta ricognizione dei livelli di partenza ed intermedi dei singoli allievi, mediante accertamenti opportunamente calibrati, anche al fine di intraprendere azioni mirate di consolidamento e, se necessario, di recupero, prima di procedere oltre con lo sviluppo del programma.

PROGRAMMA DI MATEMATICA PER IL TRIENNIO DEL LICEO SCIENTIFICO

FINALITA' DELL'INSEGNAMENTO

L'insegnamento della matematica nel triennio di una scuola secondaria superiore amplia e prosegue quel processo di preparazione culturale e di promozione umana dei giovani che è iniziato nel biennio; in armonia con gli insegnamenti delle altre discipline, esso contribuisce alla loro crescita intellettuale ed alla loro formazione critica.

Lo studio della matematica infatti, in questa fase della vita scolastica dei giovani, promuove in essi:

- il consolidamento del possesso delle più significative costruzioni concettuali;
- l'esercizio ad interpretare, descrivere e rappresentare ogni fenomeno osservato;
- l'abitudine a studiare ogni questione attraverso l'esame analitico dei suoi fattori;
- l'abitudine a riesaminare criticamente ed a sistemare logicamente quanto viene via via conosciuto ed appreso.

Queste finalità di carattere generale, che sono culturali ed educative e pertanto comuni a tutti gli indirizzi di studio, s'integrano nei singoli istituti con le loro finalità specifiche e si adattano alle loro esigenze; in ciascuno di questi, infatti, la continuità con le materie di indirizzo e la necessità dell'interdisciplinarietà non consentono che l'insegnamento sia condotto in modo autonomo e distaccato e richiedono anzi che esso acquisti prospettive ed aspetti particolari in relazione alle caratteristiche dell'indirizzo.

In particolare, nel triennio del liceo scientifico l'insegnamento della matematica potenzia e consolida le attitudini dei giovani verso gli studi scientifici e fa acquisire quella mentalità scientifica che consentirà loro di seguire con profitto e senza traumi gli stessi studi scientifici a livello universitario.

OBIETTIVI

Il presente programma mira ad inserire le competenze raggiunte dagli allievi alla fine del biennio in un processo di maggiore astrazione e formalizzazione.

Alla fine del triennio l'allievo dovrà dimostrare di:

- possedere le nozioni ed i procedimenti indicati e padroneggiarne l'organizzazione complessiva, soprattutto sotto l'aspetto concettuale;
- sapere individuare i concetti fondamentali e le strutture di base che unificano le varie branche della matematica;
- avere assimilato il metodo deduttivo e recepito il significato di sistema assiomatico;
- avere consapevolezza del contributo della logica in ambito matematico;

- avere rilevato il valore dei procedimenti induttivi e la loro portata nella risoluzione dei problemi reali;
- avere compreso il valore strumentale della matematica per lo studio delle altre scienze;
- saper affrontare a livello critico situazioni problematiche di varia natura, scegliendo in modo flessibile e personalizzato le strategie di approccio;
- sapere elaborare informazioni ed utilizzare consapevolmente metodi di calcolo e strumenti informatici;
- comprendere il rapporto tra pensiero filosofico e pensiero matematico;
- sapere riconoscere il contributo dato dalla matematica allo sviluppo delle scienze sperimentali;
- essere in grado di inquadrare storicamente l'evoluzione delle idee matematiche fondamentali.

CONTENUTI

Tema n. 1 - Elementi di logica e di informatica

- a) - Approfondimento del procedimento deduttivo: concetti primitivi ed assiomi; definizioni e teoremi; regole d'inferenza e dimostrazioni. Principio d'induzione.
- b) - Coerenza, indipendenza e completezza di un sistema di assiomi Sistemi formali e modelli.
- c) - Elementi di teoria degli algoritmi.
- d) - Insiemi di dati e loro strutture notevoli.
- e) - Ampliamento delle strutture tipiche dei linguaggi, anche con riferimento ai linguaggi logico-funzionali.

Tema n. 2 - Geometria del piano e dello spazio

- a) - Piano cartesiano: ellisse, iperbole, fascio di rette e fascio di coniche. Luoghi geometrici.
- b) - Le trasformazioni geometriche nel piano: affinità e sue proprietà
- c) - Incidenza, parallelismo, ortogonalità nello spazio. Angoli di rette e piani, angoli diedri, triedri. Poliedri regolari. Solidi notevoli.
- d) - Le geometrie non euclidee dal punto di vista elementare. La sistemazione assiomatica della geometria euclidea.

Tema n. 3 - Insiemi numerici e strutture

- a) - Numeri reali e continuità della retta. Confronto tra insiemi numerici infiniti.
- b) - Numeri complessi e loro rappresentazione grafica. Radici n-esime dell'unità
- c) - Strutture algebriche fondamentali. Strutture d'ordine. Isomorfismi.
- d) - Matrici e loro composizione, determinanti. Sistemi lineari. Spazio vettoriale sul corpo reale.

Tema n. 4 - Funzioni ed equazioni

- a) - Equazioni e sistemi di secondo grado nell'insieme dei numeri complessi. Equazioni algebriche riconducibili ad equazioni di secondo grado.
- b) Potenze ad esponente reale. Logaritmi e loro proprietà Funzioni esponenziale e logaritmica. Equazioni esponenziali e logaritmiche.
- c) - Funzioni circolari. Formule di addizione e principali conseguenze. Equazioni e disequazioni goniometriche.
- d) - Teorema del coseno teorema dei seni. Risoluzione dei triangoli.

Tema n. 5 - Analisi infinitesimale e numerica

- a) - Progressioni aritmetica e geometrica. Successione numerica e limite di una successione. Il numero P greco e il numero e .
- b) - Limite di una funzione. Funzione continua.
- c) - Derivata di una funzione. Teoremi di Rolle, Cauchy, Lagrange, de l'Hopital.
- d) - Studio di una funzione e sua rappresentazione grafica.
- e) - Il problema della misura: lunghezza, area, volume. Integrale definito. Funzione primitiva ed integrale indefinito. Metodi d'integrazione.
- f) - Equazioni differenziali del primo e del secondo ordine.
- g) - Interpolazione. Risoluzione approssimata di equazioni e sistemi. Derivazione e integrazione numerica.

Tema n. 6 - Elementi di probabilità e statistica

- a) - Speranza condizionata.
- b) - Distribuzione binomiale, normale e di Poisson. Teorema di Bernoulli.
- c) - Formula di Bayes. Nozioni fondamentali di statistica inferenziale; teoria del campione, teoria della stima, verifica delle ipotesi, inferenza bernoulliana.

COMMENTO AI TEMI

TEMA 1. L'approfondimento del procedimento deduttivo, già avviato nel biennio e sviluppato gradualmente nell'arco dell'intero triennio, porterà l'allievo, anche attraverso la sistemazione assiomatica della geometria euclidea, all'acquisizione dei concetti di sistema formale, di modello e di teoria matematica.

Il principio d'induzione troverà una sua applicazione nell'uso delle procedure ricorsive. Sarà opportuno evidenziare la differenza concettuale di queste ultime con le procedure iterative e il ricorso alle une o alle altre in relazione al contesto in cui si opera.

La trattazione degli algoritmi e degli insiemi di dati e loro strutture sarà affrontata ad un livello di maggiore formalizzazione rispetto allo studio effettuato durante il biennio.

Sarà rafforzata ed ampliata la conoscenza dei linguaggi di programmazione precedentemente studiati in modo da condurre gli allievi a dominarne le strutture e le procedure fondamentali. Ove si riterrà opportuno si utilizzeranno quei prodotti software che per le loro caratteristiche possono costituire occasione per studiare modelli, sistemi, processi.

La presentazione dei linguaggi logico-funzionali sarà fatta con la dovuta attenzione, anche tenendo presente che si tratta di teoria tuttora in piena evoluzione; starà alla sensibilità del docente decidere il livello di approfondimento, in relazione alla capacità di astrazione degli alunni cui si rivolgerà

Il docente potrà fare anche riferimento alle teorie matematiche che costituiscono il fondamento teorico dell'informatica.

TEMA 2. Le coniche saranno definite come luoghi geometrici e le loro equazioni saranno riferite a sistemi di assi cartesiani opportunamente scelti; si estenderà lo studio a semplici luoghi geometrici che conducono ad equazioni algebriche di grado superiore al secondo.

L'introduzione delle trasformazioni affini, che prosegue il tema delle trasformazioni lineari nel piano, tenderà a far recepire all'allievo il concetto del progressivo ampliamento dei relativi gruppi di trasformazioni ed a far vedere come le proprietà che caratterizzano le varie figure vanno restringendosi man mano che si passa dalla geometria della congruenza a quella affine.

Il programma di geometria classica è completato con l'enunciazione e la dimostrazione delle principali proprietà dello spazio e dei solidi elementari, per le quali comunque si farà ampio ricorso ad ammissioni di carattere intuitivo.

La presentazione delle geometrie non euclidee non sarà fine a se stessa, ma servirà a chiarire meglio i concetti di assioma e di sistema assiomatico-deduttivo; essa potrà essere condotta anche attraverso l'illustrazione dei più significativi tentativi di dimostrazione del V postulato di Euclide. L'acquisizione di questi concetti consentirà il riesame critico ed il concatenamento logico degli argomenti di geometria euclidea già studiati, nonché la enucleazione del relativo sistema di assiomi.

Il docente potrà anche, se le caratteristiche della scolaresca lo consentono, dare un cenno dell'assiomatica di Hilbert.

TEMA 3. Per definire i numeri reali si potrà fare ricorso alle sezioni di Dedekind o ad altri metodi, in ogni caso la definizione sarà collegata con la proprietà di completezza della retta.

Il confronto tra insiemi numerici infiniti porterà a riconoscere la continuità nell'insieme dei numeri reali e la numerabilità negli altri insiemi numerici trattati.

L'introduzione dei numeri complessi si avvarrà anche dell'uso delle coordinate polari e sarà accompagnata da numerose e varie applicazioni; ad esempio, le radici n-esime dell'unità potranno essere collegate con il problema di inscrivere un poligono regolare di n lati in una circonferenza.

Le strutture algebriche e d'ordine saranno introdotte non come una classificazione teorico-formale, ma come ambienti operativi i cui elementi possono essere di varia natura e nei quali è possibile risolvere classi di problemi diversi. In particolare sarà opportuno stimolare l'osservazione di proprietà strutturali nella composizione di trasformazioni geometriche.

Lo studio delle matrici e dei determinanti, oltre a consentire la risoluzione dei sistemi lineari, servirà a chiarire il significato di spazio vettoriale ed a esemplificare particolari strutture algebriche. La trattazione dei sistemi lineari sarà legata alla soluzione di problemi concreti, compresi quelli relativi a questioni di ottimizzazione. Nello studio degli spazi vettoriali ci si limiterà a dare i concetti di dipendenza lineare di vettori, di base e di componenti di un vettore rispetto ad essa.

TEMA 4. Riguardo alle equazioni algebriche di grado superiore al secondo si sottolinea l'opportunità di non insistere nella complessità e particolarità delle equazioni stesse, dovendosi privilegiare sempre, più la risoluzione fine a se stessa, la comprensione delle loro caratteristiche e delle procedure da seguire; le loro soluzioni saranno da ricercare nel campo dei numeri complessi

Gli esercizi di applicazione dei concetti di esponenziale e di logaritmo e quelli sulle relative equazioni saranno limitati ai casi più semplici; per il calcolo del logaritmo di un numero o del numero di dato logaritmo si farà ricorso a strumenti automatici di calcolo.

Come per le equazioni algebriche, è opportuno che anche negli esercizi sulle equazioni e disequazioni goniometriche non si ecceda nella complessità e ripetitività delle equazioni stesse.

Per la determinazione dei valori delle funzioni goniometriche ci si avvarrà di strumenti automatici di calcolo.

Nella risoluzione dei triangoli si farà esclusivamente ricorso al teorema del coseno ed al teorema dei seni. Sia in goniometria che in trigonometria il docente potrà avvalersi della nozione di prodotto scalare di due vettori.

TEMA 5. L'introduzione dei concetti di limite, continuità, derivabilità ed integrabilità sarà accompagnata da un ventaglio quanto più ampio possibile di loro impieghi in ambiti matematici ed extramatematici ed arricchita della presentazione ed illustrazione di opportuni controesempi che serviranno a chiarire i concetti stessi.

Ai valori approssimati di P greco e di e si perverrà attraverso l'uso di strumenti automatici di calcolo.

L'allievo sarà abituato all'esame di grafici di funzioni algebriche e trascendenti ed alla continua deduzione di informazioni dallo studio di un andamento grafico. Per questo appare importante fare acquisire una mobilità di passaggio dal grafico di una funzione a quello della sua derivata e di una sua primitiva.

Il problema della misura sarà affrontato con un approccio molto generale, con particolare riferimento al calcolo della lunghezza della circonferenza e dell'area del cerchio, e potrà essere inquadrato anche sotto il profilo storico. Il concetto d'integrale scaturirà poi in modo naturale dalla necessità di dare metodi generali per il calcolo di lunghezze, aree e volumi.

Dei metodi d'integrazione si tratteranno almeno quelli di sostituzione e per parti. Nell'illustrare i metodi di risoluzione delle equazioni differenziali il docente farà ricorso a problemi non solo matematici, ma anche attinenti alla fisica, all'economia ed alla realtà in genere. Per quanto riguarda la loro risoluzione si avvarrà per le più semplici, quali quelle a variabili separabili o a queste facilmente riconducibili, dei metodi tradizionali, per le più complesse dei metodi propri del calcolo numerico.

Analogamente si utilizzeranno i metodi del calcolo numerico nella determinazione del valore di una funzione in un dato punto, nella risoluzione di equazioni e di sistemi e nel calcolo integrale, quando l'impiego dei metodi tradizionali risulta di difficile applicazione.

TEMA 6. Gli elementi di probabilità previsti in questo tema rispondono all'esigenza di abituare l'allievo ad effettuare modellizzazioni, non soltanto deterministiche, di situazioni problematiche.

Le nozioni di statistica inferenziale saranno inserite nel quadro più ampio del problema di decisione in condizioni di certezza o di incertezza, anche per dare all'allievo un'idea sufficiente delle procedure seguite da questa scienza nel campo socio-economico. In questo contesto il teorema di Bayes sarà opportunamente applicato.

INDICAZIONI METODOLOGICHE

I contenuti elencati, seguendo il metodo adottato dal programma per il biennio, di cui il presente programma è il naturale proseguimento, sono distribuiti per "temi", allo scopo di dare risalto ai concetti fondamentali attorno a cui si aggregano i vari argomenti; la loro ripartizione per anno, nella quale si terrà conto del valore propedeutico che alcuni argomenti di matematica hanno rispetto ad altre discipline previste dall'ordinamento o da un eventuale progetto di sperimentazione attivato nell'istituto, sarà effettuata dagli organi collegiali competenti nell'ambito della loro programmazione didattica. In ogni caso alla fine del triennio il programma dovrà risultare sviluppato per intero.

Ed ancora, analogamente a quanto è suggerito nel programma per il biennio, il docente avrà cura di predisporre il suo itinerario didattico in modo da mettere in luce analogie e connessioni tra argomenti appartenenti a temi diversi, allo scopo di realizzarne l'integrazione e di facilitarne la comprensione da parte degli allievi.

Nel ribadire le indicazioni metodologiche suggerite nel programma per il biennio, si insiste sull'opportunità che l'insegnamento sia condotto per problemi; si prospetti cioè una

situazione problematica che stimoli i giovani, dapprima a formulare ipotesi di soluzione mediante il ricorso non solo alle conoscenze già possedute ma anche alla intuizione ed alla fantasia, quindi a ricercare un procedimento risolutivo e scoprire le relazioni matematiche che sottostanno al problema, infine alla generalizzazione e formalizzazione del risultato conseguito ed al suo collegamento con le altre nozioni teoriche già apprese.

Si ricorda a questo proposito che il termine problema va inteso nella sua accezione più ampia, riferito cioè anche a questioni interne alla stessa matematica; in questo caso potrà risultare didatticamente proficuo storicizzare la questione presentandola come una successione di tentativi via via portati a livello di rigore e di astrazione sempre più spinti.

L'insegnamento per problemi non esclude però che il docente faccia ricorso ad esercizi di tipo applicativo, sia per consolidare le nozioni apprese dagli allievi, sia per far acquisire loro una sicura padronanza del calcolo.

In questo quadro s'inserisce l'esigenza della sistemazione assiomatica della geometria euclidea, la quale condurrà l'allievo a riflettere sul significato dei termini matematici, sui loro limiti e sulla loro portata e ad acquisire un modello deduttivo che è diventato modello paradigmatico per ogni altra sistemazione razionale

Il docente, infine, in relazione alle caratteristiche liceali della scuola, cercherà ogni occasione per illustrare, ed eventualmente approfondire, con il concorso del collega di filosofia ed attraverso la lettura di pagine a carattere storico, alcune questioni di epistemologia della disciplina.

L'uso dell'elaboratore elettronico sarà via via potenziato utilizzando strumenti e metodi propri dell'informatica nei contesti matematici che vengono progressivamente sviluppati. Si citano alcuni esempi di argomenti nei quali il contributo informatico può essere particolarmente significativo: calcolo approssimato delle soluzioni di un'equazione algebrica o trascendente e di sistemi lineari, applicazioni al calcolo differenziale ed integrale, rappresentazione grafica di una funzione, determinazione delle soluzioni di semplici equazioni differenziali con metodi numerici, applicazioni a fatti probabilistici e statistici.

Oltre a permettere l'approfondimento delle conoscenze, dei linguaggi e dei metodi propri dell'informatica, esso consente anche, mediante la visualizzazione di processi algoritmici non attuabile con elaborazione manuale, la verifica sperimentale di nozioni teoriche già apprese e rafforza a sua volta negli allievi l'attitudine all'astrazione ed alla formalizzazione per altra via conseguita.